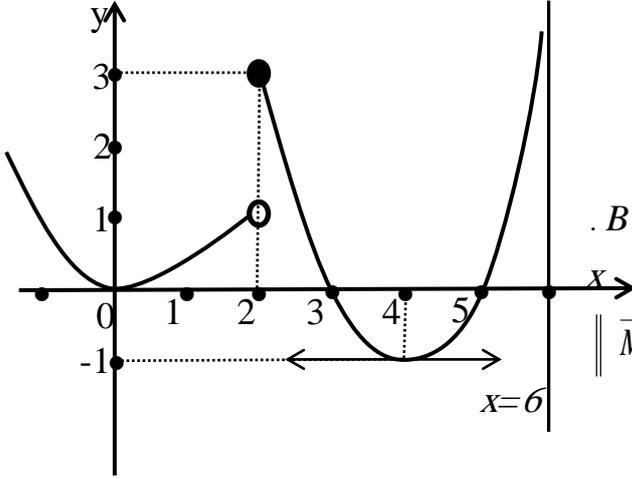


(٤٠ درجة لكل سؤال)

أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:



السؤال الأول: في الشكل المجاور C خط بياني لتابع f :

١. اكتب مجموعة تعريف f وبيّن عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

٢. أوجد $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $f'(4)$, $f(4)$

٣. هل f اشتقاقي عند $x = 2$ ، ولماذا؟

السؤال الثاني: $ABCD$ رباعي وجوه فيه G مركز ثقل المثلث BCD .

أوجد مجموعة النقط M في الفراغ التي تحقق:

$$\| \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} \| = \| 3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD} \|$$

السؤال الثالث: أكتب العدد $Z = (1 - \sqrt{2}) \left(i \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \right)^3$

بالصيغة الأسية

السؤال الرابع: حل المتراجحة الآتية: $4e^x + e^{-x} \leq 5$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

(٦٠ درجة لكل سؤال)

التمرين الأول: بفرض C الخط البياني لتابع f معرف على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \frac{3x^2 + |x|}{x^2 + 1}$

• ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر.

• اكتب معادلة نصف المماس (من اليمين) للخط C عند النقطة $(0, f(0))$

• هل يقبل C مستقيم مقارب مائل؟ ولماذا؟

التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لدينا مستقيم d يمر من النقطة $A(3, -1, 1)$ ويقبل شعاع توجيه $\vec{u}(1, 0, -2)$

و مستقيم d' يمر من النقطة $B(3, -3, -1)$ ويقبل شعاع توجيه $\vec{v}(2, 1, -3)$

• تحقق أن d و d' غير متوازيين، وأنهما يقعان في مستوى واحد.

• بيّن أن d و d' متقاطعان في نقطة I أوجد إحداثياتها.

التمرين الثالث: f تابع معرف على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x + 1}$

• أوجد $f'(x)$ ، ثم بفرض $g(x) = \frac{(\cos x)^2 + 4}{\cos x + 1}$ استنتج $g'(x)$.

• أثبت أن الخط البياني C للتابع f يقبل مستقيم مقارب مائل، و اكتب معادلته.

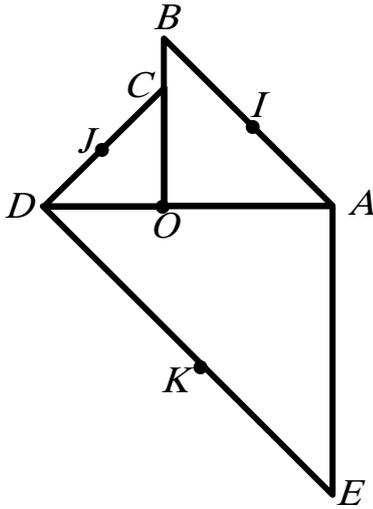
التمرين الرابع: إذا كان $E(x)$ الجزء الصحيح للعدد x فبرهن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(x)}{x^2} = 0$

و إذا علمت أن التابع f يحقق العلاقة $|f(x) + 1| \leq \frac{E(x)}{x^2}$ فأوجد: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ارسم التابع $E(x) : x \rightarrow [0, 2]$ و هل g مستمر فيه؟ ولماذا؟

المسألة الأولى:

في الشكل المجاور المثلثات OAB و OCD و ADE كلٌّ منها قائم ومتساوي الساقين ، و النقط I, J, K منتصفات أوتارها



و بفرض معلم متجانس مبدؤه O ، المطلوب:

①. إذا علمت أن a, c العددين العقديان المثلثان للنقطتين A, C

فعبّر عن الأعداد التي تمثل النقط B, D, E بدلالة a, c

②. استنتج الأعداد Z_I, Z_J, Z_K وأثبت أن $Z_K - Z_I = i(Z_J - a)$

③. استنتج أن $AJ = IK$ وأن (AJ) يعامد (IK)

المسألة الثانية: بفرض C الخط البياني لتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$ ، و المطلوب:

①. ادرس تغيرات f و نظمّ جدولاً بها ، و استنتج كل مقارب أفقي أو شاقولي.

②. أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذراً وحيداً يقع في المجال $]0, \frac{1}{2}[$.

③. ارسم كل مقارب وجدته للخط C ، ثم ارسم C .

④. ناقش بيانياً و بحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $\ln x = m x - 1$

❖ انتهت الأسئلة ❖